

Sesión preparatoria Olimpiada Local 2018-19

(Grupo 2. ENUNCIADOS)

Sevilla, 30 de noviembre de 2018

1.- Para todo n natural se verifica: $3^n \geq n^3$

2.- Probar la fórmula que calcula la suma de los n primeros cubos:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

3.- Tenemos un tablero cuadrado de lado 2^n subdividido en $2^n \cdot 2^n$ cuadraditos, al que le falta el cuadradito de una de las esquinas. Probar que se puede cubrir con piezas en forma de L, formadas por tres cuadraditos.

4.- En un hexágono regular de lado unidad se sitúan 19 puntos. Demostrar que hay al menos dos de ellos separados por una distancia no mayor que $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5.- Tenemos 5 puntos sobre la superficie de una esfera. Probar que hay una semiesfera que contiene a cuatro de ellos.

6.- La torre de Hanoi. Definir una función recurrente que nos de los movimientos de los discos. Finalmente, mediante conjetura expresar dicha función de manera explícita, y probar que es correcta utilizando el principio de inducción.

7.- Se divide un círculo en seis sectores y se coloca una ficha en cada uno de ellos. Se mueven simultáneamente dos fichas colocando cada una en uno de los sectores adyacentes al que ocupa. Esta operación puede repetirse tantas cuantas veces se desee.
¿Puede conseguirse que todas las fichas acaben, en algún momento, en el mismo sector?